

# 一种起始点无关的小波系数形状匹配

胡硕<sup>1),2)</sup> 朱明<sup>1)</sup> 吴川<sup>1),2)</sup> 宋华军<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup>(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033); <sup>2)</sup>(中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要** 小波变换的多分辨率特征使其在计算机视觉中得到广泛的应用,在形状匹配中,小波变换对起始点的依赖制约了小波变换的应用。为了克服小波变换对起始点的依赖,引入 Zernike 矩,提出一种起始点无关的小波系数形状匹配算法。对输入图像进行预处理后提取目标轮廓,生成具有平移、尺度不变形状链状表达,并通过小波变换进行多尺度分析。最后计算各个尺度下的各阶 Zernike 矩,来解决小波变换的起始点问题,实现形状表达的旋转不变性。实验结果表明该算法适用于轮廓较明显的目标,同时具有速度快、精度高、鲁棒性强的优点。

**关键词** 形状匹配 Zernike 矩 小波变换

**中图分类号:** TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2007)02-0302-06

## A Novel Starting-point-independent Wavelet Coefficient Shape Matching

HU Shuo<sup>1),2)</sup>, ZHU Ming<sup>1)</sup>, WU Chuan<sup>1),2)</sup>, SONG Hua-jun<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup>(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, The Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033)

<sup>2)</sup>(Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

**Abstract** In many computer vision tasks, in order to improve the accuracy and robustness to the noise, wavelet analysis is preferred for its natural multi-resolution property. However, the wavelet representation suffers from the dependency on the starting point in shape matching. For overcoming the problem, the Zernike moments are introduced, and a novel Starting-Point-Independent wavelet coefficient shape matching algorithm is presented. The proposed matching algorithm firstly gains the object contours, and gives the translation and scale invariant object shape representation. The object shape representation is converted to dyadic wavelet representation by wavelet transform, and then the Zernike moments of wavelet representation in different scales are calculated. With respect to property of rotation invariant of Zernike moments, consider the Zernike moments as the feature vector to calculate the similarity between the object and template image, which overcoming the problem of dependency on starting point. The experimental results indicates that the proposed algorithm is efficient, precise, and robust.

**Keywords** shape matching, Zernike moments, wavelet transform

## 1 引言

形状匹配是计算机视觉和模式识别的一个基本问题,它被应用到很多领域,如目标识别、基于内容的图像检索、文字识别、医疗诊断等。在过去的几十年中,人们研究和开发了很多形状匹配算法。近十几年来,小波变换技术取得飞速发展,小波变换在时频两域上有突出信号局部特征的能力和进行多分辨

率分析的能力,被誉为分析信号的数学显微镜。许多文献将小波技术引入到形状匹配<sup>[1-5]</sup>中,并取得一定的成功。小波变换用于形状匹配的最大缺点就是对目标曲线起始点的依赖,也就是说,同一目标的两条不同采样曲线的小波表达,可能因为起始点的不同而有很大差异<sup>[6]</sup>。而当目标形状发生旋转时,所得的目标形状点集的起始点并不相同。对于这一问题,目前文献并没有给出很好的解决办法,文献[1]假定输入图像已经经过校正,文献[2]通过简

收稿日期:2005-03-14; 改回日期:2005-11-11

第一作者简介:胡硕(1976~),男,现为中国科学院长春光机与物理研究所博士研究生。研究领域为数字图像处理、电视跟踪以及自动目标识别。E-mail: hupeixianer@sohu.com

单的最小化曲线幅值函数的质心来获得起始点,而当目标形状存在多个最小幅值时,同一目标就可能出现多种表达,导致失配。文献[3]使用小波系数的零交叉点来匹配模型和未知目标。文献[3]使用的是冗余小波变换,即非十进小波变换来克服对起始点的依赖。由于非十进小波表示方法需要的计算量很大,系数的数目也非常大,所以用非十进小波进行形状匹配非常慢。在文献[4]中将形状先转换到极坐标中,进行 Fourier 变换抽取 Fourier 系数,然后对 Fourier 系数的幅值抽取小波系数作为特征用于分类。另外文献[7]试图用旋转坐标系来解决起始点问题,取得一定成功,但其计算量很大,难以实时。文献[8]提出了一种名为 mountain climbing sequence(MCS)的方法来对最小化曲线幅值函数方法进行优化,但其不能从本质上克服最小化曲线幅值函数方法容易导致失配的缺陷。

本文提出一种起始点无关的小波系数形状匹配。以待检测和识别的目标为模板,在实时输入图中检测识别目标。算法首先提取目标轮廓,并生成具有平移、尺度不变的形状链状表达,并通过小波变换进行多尺度分析。然后计算各个尺度下的各阶 Zernike 矩,来解决小波变换的起始点问题,实现形状表达的旋转不变性。最后由粗到精计算模板与待识别目标的相似度。该算法适用于有明显轮廓的目标,对几何畸变不敏感,具有速度快、精度高、鲁棒性强等优点。

## 2 Zernike 矩

自从 Zernike 矩的概念被 Teague 在 1980 年引入以来<sup>[9,10]</sup>,Zernike 矩便因其具有优良的旋转不变性而在模式识别等领域得到广泛的应用。在图像分析中,由于 Zernike 多项式的正交性,可以使信息冗余达到最优,它的递归性质使得矩的快速算法成为可能。Zernike 矩还有一个重要的特性就是:图像旋转一定角度后的 Zernike 矩与原来图像的 Zernike 矩有非常简单的关系,就是通过旋转 Zernike 矩仅仅相位发生变化而幅值保持不变。

2 维 Zernike 矩可以定义如下<sup>[11]</sup>:

$$A_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x,y) V_{nm}(x,y) dx dy \quad (1)$$

$$V_{nm}(x,y) = V_{nm}(r,\theta) = K_{nm}(r) e^{-jm\theta} \quad (2)$$

$$|m| \leq n, n - |m| = \text{even}$$

$$K_{nm}(r) = \sum_{s=0}^{\lfloor \frac{n-|m|}{2} \rfloor} (-1)^s \frac{(n-s)!}{s! \left(\frac{n+|m|}{2} - s\right)! \left(\frac{n-|m|}{2} - s\right)!} r^{n-2s} \quad (3)$$

此处, $r$ 为极坐标下边界点的极径, $\theta$ 为极径与 $y$ 轴的夹角。在极坐标下,Zernike 矩可以如下定义:

$$A_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \int_0^1 \int_{-\pi}^{\pi} K_{nm}(r) f(r,\theta) e^{-jm\theta} r dr d\theta \quad (4)$$

定义原图像为 $f(r,\theta)$ ,旋转后的图像为 $f(r,\theta+\alpha)$ 。则 $f(r,\theta+\alpha)$ 的 Zernike 矩可以如下式计算:

$$A'_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \int_0^1 \int_{-\pi}^{\pi} K_{nm}(r) f(r,\theta) e^{-jm(\theta+\alpha)} r dr d\theta \quad (5)$$

由上式可得:

$$A'_{nm} = A_{nm} \exp(-jm\alpha) \quad (6)$$

由式(1)和式(6)可知 $|A'_{nm}| = |A_{nm}|$ ,即图像旋转后的 Zernike 矩幅值不变,也就是说 Zernike 矩幅值具有旋转不变性。

2 维离散 Zernike 可表示如下:

$$A_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \sum_y \sum_x f(x,y) K_{nm}(r) \exp(jm\theta), x^2 + y^2 \leq 1 \quad (7)$$

## 3 目标形状的小波表达

首先,输入图像经过去噪、分割等预处理,得到待处理二值化图像,然后通过边缘检测算子以及轮廓跟踪算法得到目标的轮廓边缘点集。为了保证目标形状尺度不变性,必须以固定的数目 $n$ 对边界点进行抽样。抽样方法如下<sup>[2]</sup>:

设最初得到 $m$ 个边界点 $E_i(x_i, y_i), i=0, \dots, m-1$ ,可以通过计算得到第 $i$ 个点到初始点的弧长如下:

$$l_0 = 0,$$

$$l_i = l_{i-1} + \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}, i=1, \dots, m \quad (8)$$

轮廓线的总弧长设为 $L=l_m$ ,统一以 $n$ 个点对轮廓线进行抽样。

$$x'_j = x_j(1-f) + x_{j+1}f \quad (9)$$

$$y'_j = y_j(1-f) + y_{j+1}f \quad (10)$$

此处 $x'_j, y'_j (j=1, 2, 3, \dots, n)$ 分别为抽样后的横纵坐标值。

这里

$$s = (L \times j/n) \quad (11)$$

$$f = \frac{L \times j/n - l(s)}{l(s+1) - l(s)} \quad (12)$$

为了解决平移不变性,需要进行一次坐标变换,把坐标原点移到目标的中心位置。通过下式进行坐标变换:

$$x'_j = x_j - \bar{x}', y'_j = y_j - \bar{y}' \quad (13)$$

这里 $(\bar{x}', \bar{y}')$ 是边界坐标的平均值。通过如下公式把边界点的坐标从笛卡尔坐标系转化为极坐标系。

$$r_j = \sqrt{x_j'^2 + y_j'^2}, \varphi_j = \arctan \frac{y_j'}{x_j'} \quad (14)$$

按下式归一化 $r_j$ 使其具有单位半径长度。

$$r'_j = r_j / \bar{r} \quad (15)$$

其中, $\bar{r}$ 为均值。

## 4 起始点问题

在很多计算机视觉应用中,为了改善准确率和提高对噪声的鲁棒性经常采用多分辨率分析方法。形状的小波表示方式在粗尺度给出形状的全局信息,在细尺度上给出局部信息。由于小波变换提供了多分辨率表示,因此匹配或识别可以根据输入图像或者目标而灵活调整。小波变换的最大缺点就是依赖于目标轮廓的起始点。也就是说,同一目标的两条不同采样轮廓的小波表达可能因为起始点的不同而有很大差异<sup>[6]</sup>。

### 4.1 起始点问题的产生

在极坐标系下,由于极径 $r$ 比极角 $\varphi$ 提供更多的信息<sup>[2]</sup>,一般以极径 $r$ 为特征来构造目标的轮廓表达。定义 $R = \{r(0), r(1), r(2), \dots, r(n-1)\}$ 为一个目标轮廓表达,其中, $n$ 为抽样点数, $r(i), i=0, 1, 2, \dots, n-1$ 表示第 $i$ 个轮廓点在极坐标下的极径。现有两个抽样点数均为 $n=1024$ 的目标轮廓图像,如图1所示,设 $R_1(0) = \{r_1(0), r_1(1), r_1(2), \dots, r_1(n-1)\}$ 为工具1的一个轮廓表达。则可通过对 $R_1(0)$ 循环移动 $k(k=0, 1, 2, \dots, n-1)$ 个位置得到工具1旋转不同角度的轮廓表达如下:

$$R_1(0) = \{r_1(0), r_1(1), r_1(2), \dots, r_1(n-1)\}$$

$$R_1(1) = \{r_1(1), r_1(2), r_1(3), \dots, r_1(n-1), r_1(0)\}$$

$$R_1(2) = \{r_1(2), r_1(3), \dots, r_1(n-1), r_1(0), r_1(1)\}$$

.....

$$R_1(k) = \{r_1(k), r_1(k+1), \dots, r_1(n-1), r_1(0), r_1(1), \dots, r_1(k-1)\}$$

$$R_1(n-1) = \{r_1(n-1), r_1(0), r_1(1), \dots, r_1(n-2)\}$$

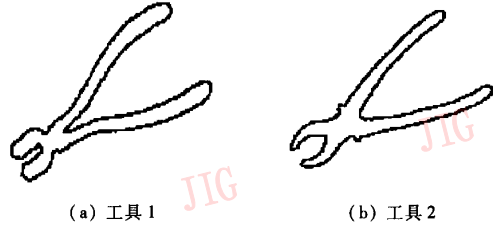


图 1 工具图像

Fig. 1 The images of tools

设 $R_2(0) = \{r_2(0), r_2(1), r_2(2), \dots, r_2(n-1)\}$ 为工具2的一个轮廓表达,经过同样方法可以得到工具2旋转不同角度的轮廓表达 $R_2(k) (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$ 。用矢量 $W^l(R_1(k)) = \{w_{R_1}^l(0), w_{R_1}^l(1), \dots, w_{R_1}^l((n-1)/2^l)\}$ 表示对 $R_1(k) (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$ 进行 $l$ 阶小波变换后的小波系数,同样,用矢量 $W^l(R_2(k))$ 表示对 $R_2(k) (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$ 进行 $l$ 阶小波变换后的小波系数,则 $W^l(R_1(k))$ 和 $W^l(R_2(k))$ 之间的相似度可按如下公式计算:

$$d(W^l(R_1(k)), W^l(R_2(k))) = 1 - \frac{W^l(R_1(k)) \cdot W^l(R_2(k))}{\|W^l(R_1(k))\| \cdot \|W^l(R_2(k))\|} \\ = 1 - \frac{\sum_{i=0}^{n-1} w_{R_1}^l(i) \cdot w_{R_2}^l(i)}{\sum_{i=0}^{n-1} w_{R_1}^l(i) \cdot \sum_{i=0}^{n-1} w_{R_2}^l(i)} \quad (16)$$

从式(16)中可知,按式(16)计算所得的值越小表明相似度越高。

实验中,首先对 $R_1(k) (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$ ,  $R_2(k) (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$ 进行小波分解,得到各自的小波系数 $W^l(R_1(k))$ 和 $W^l(R_2(k))$ ,其中,小波分解级数 $l$ 取2。然后按式(16)计算 $W^l(R_1(0))$ 与 $W^l(R_1(k))$ 之间的相似度,用 $d_1(m) (m=0, 1, 2, \dots, n-1/2^l)$ 表示。然后再按式(16)计算 $W^l(R_2(0))$ 与 $W^l(R_2(k))$ 之间的相似度,用 $d_2(m) (m=0, 1, 2, \dots, n-1/2^l)$ 表示。计算结果如图2所示。

由于测试目标为工具1的具有不同起始点的轮廓表达,理论上,在整个区间应该满足 $d_1(m) < d_2(m)$ 。但是,从图2可以看到,在 $m=(50, 206)$ 的区间, $d_2(m) < d_1(m)$ ,表明这一区间的测试目标被判断为工具2,发生误匹配。结果显示,对于同一目标,具有不同起始点的小波表达可能有很大不同,这就是所谓的起始点问题。

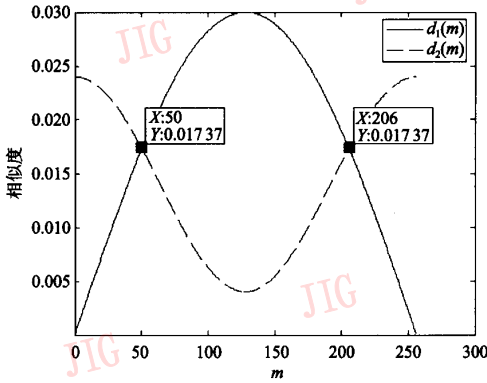


图 2 起始点问题的试验结果

Fig. 2 The experimental results of the problem of starting point dependency

4.2 引入 Zernike 矩解决起始点问题

在上节中,只对以极径  $r$  为特征的轮廓表达进行了小波变换,为了引入 Zernike 矩,必须对以极角  $\varphi$  为特征的轮廓表达也进行相同的小波变换。定义  $R = \{r(0), r(1), r(2), \dots, r(n-1)\}$  为一个以极径  $r$  为特征的目标轮廓表达,则  $\psi = \{\varphi(0), \varphi(1), \varphi(2), \dots, \varphi(n-1)\}$  为  $R$  对应的极角。用  $W^l(\psi) \{W^l_\psi(0), W^l_\psi(1), \dots, W^l_\psi(n-1)/2^l\}$  表示对  $\psi$  进行  $l$  阶小波变换后的小波系数。

修改式(1)~(3)可得

$$A_{nm}(R) = \frac{n+1}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} f(i) K_{nm}(w_R^l(i)) \exp(jmw_\psi^l(i)) \quad (17)$$

$$K_{nm}(w_R^l(i)) = \sum_{s=0}^{\frac{n-|m|}{2}} [(-1)^s \frac{(n-s)!}{s! \left(\frac{n+|m|}{2} - s\right)! \left(\frac{n-|m|}{2} - s\right)!} \times (w_R^l(i))^{n-2s}] \quad (18)$$

其中,  $w_R^l(i)$  为  $R$  经过  $l$  层小波变换后的小波系数。设  $R_1(q)$  和  $R_1(p)$  分别为工具 1 两个不同起始点的轮廓点集,  $\psi_1(q)$  和  $\psi_1(p)$  分别为  $R_1(q)$  和  $R_1(p)$  对应的极角。对  $R_1(q)$  和  $R_1(p)$  分别按式(17)计算的 Zernike 矩值如下:

$$A_{nm}(R_1(q)) = \frac{n+1}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} [f(i) K_{nm}(w_{R_1(q)}^l(i)) \times \exp(jmw_{\psi_1(q)}^l(i))] \quad (19)$$

$$A_{nm}(R_1(p)) = \frac{n+1}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} [f(i) K_{nm}(w_{R_1(p)}^l(i)) \times \exp(jmw_{\psi_1(p)}^l(i))] \quad (20)$$

由式(4)~(6)可知

$$|A_{nm}(R_1(p))| = |A_{nm}(R_1(q))| \quad (21)$$

即  $|A_{nm}(R)|$  与起始点无关。

5 匹配算法

5.1 相似度函数

传统形状匹配相似度函数如式(16)所示,引入 Zernike 矩后,式(16)改为如下式形式:

$$d(W^l(R_1), W^l(R_2)) = 1 - \frac{\sum_m \sum_n A_{nm}(W^l(R_1)) \cdot A_{nm}(W^l(R_2))}{\sum_m \sum_n A_{nm}(W^l(R_1)) \cdot \sum_m \sum_n A_{nm}(W^l(R_2))} \quad (22)$$

在实验中,由于计算所得高阶矩比低阶矩在数值上高许多。使用式(22)计算相似度时,则高阶矩对相似度的贡献过大,不能体现整体的相似情况。

为避免上述情况发生,重新构造相似度函数如下:

$$d(W^l(R_1), W^l(R_2)) = \sum_m \sum_n \frac{|A_{nm}(W^l(R_1)) - A_{nm}(W^l(R_2))|}{A_{nm}(W^l(R_1)) + A_{nm}(W^l(R_2))} \quad (23)$$

5.2 算法流程

算法首先通过预处理得到目标轮廓表达  $R$ , 在经过归一化处理和和小波变换得到目标的多尺度表达  $W^l(R), l=0, 1, 2, \dots, k$ 。其中  $k$  为小波变换的层数,具体值在实验中确定。然后与模板  $R_m$  按式(23)计算相似度,最后完成由粗到精的多尺度匹配。

算法具体流程如图 3 所示。

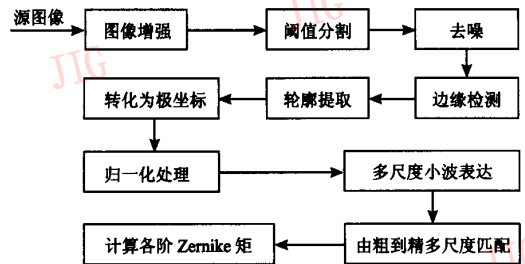


图 3 匹配算法流程图

Fig. 3 The block diagram for the proposed matching algorithm

6 实验结果及分析

为了验证算法有效性,进行了大量实验。下面给出其中一组实验,测试图像为图 4 所示,图 5 为提



图 4 模板图像

Fig. 4 Template Images



图 5 边缘图像

Fig. 5 Shape images

取的边缘图像。由于小波基函数的选取对匹配过程十分重要,因此选取了一些小波基函数进行实验,实验结果表明 3 次 B 样条小波效果最好。

实验按下列步骤进行:

(1) 先按 3.1 节的方法对 3 幅模板图像进行处理,得到目标 1、目标 2 和目标 3 尺度、平移不变的多尺度小波表达,然后分别计算不同尺度下 4~9 阶的多个 Zernike 矩,并进行了比较分析。

(2) 图像变换,测试图像按以下方式变换:

① 旋转变换 分别顺时针旋转 15°, 75°, 105°, 165°。

② 尺度变换 旋转后图像再分别缩放 300%, 250%, 120%, 90%。

③ 分别对变换后图像进行小波变换,得到各自多尺度小波表达。然后分别计算不同尺度下各阶 Zernike 矩。

(3) 比较原图与变换后图像的 Zernike 矩值,并进行分析。

为了节省篇幅,最终只给出尺度  $l=3$  情况下的实验结果。

图 6 是 3 个目标原图所计算的各阶 Zernike 矩值比较。由图 6 可知,在抽样点数相同的情况下,不同目标的各阶 Zernike 矩值不同。其中,某些阶 Zernike 矩值差别明显。按式(23)计算 3 个目标之

间的相似度,可得数据如下:  $V_1 = 2.103655$ ,  $V_2 = 1.803536$ ,  $V_3 = 3.451750$ , 其中  $V_1$  是目标 1 与目标 2 的相似度;  $V_2$  是目标 1 与目标 3 的相似度,  $V_3$  是目标 2 与目标 3 的相似度。在实验中,对于不同角度的图像提取,所提取形状坐标点集具有不同的起始点。图 7 是对目标原图像及其旋转后的图像所计算的 Zernike 矩值比较结果。从图 7 可知 3 个目标原图像及其旋转后的图像所计算的 Zernike 矩值差别不大。考虑篇幅所限,本文没有给出尺度变换的实验结果,只给出最终的统计结果:在对 50 幅测试图像分别进行旋转变换和尺度变换后,应用本文算法,正确匹配率为 90%。

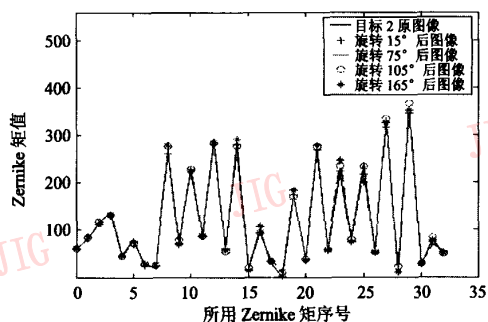
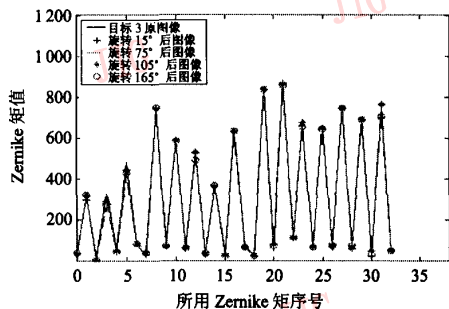
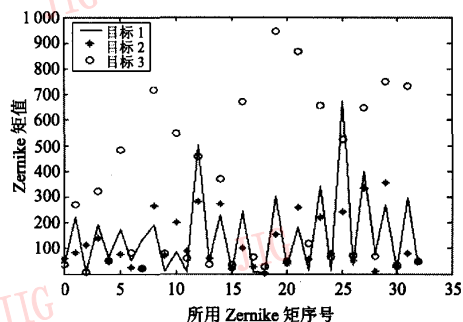


图 6 3 个目标原图所计算的 Zernike 矩值

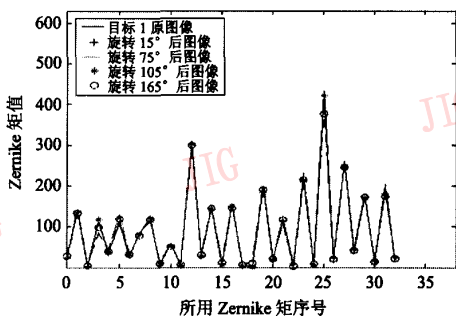
Fig. 6 Comparison of the Zernike moments of three source images in  $l=3$  scale



(a) 目标 1



(b) 目标 2



(c) 目标 3

图 7 目标原图及旋转不同角度所计算 Zernike 矩值  
Fig.7 Comparison of Zernike moments of source image and rotated image of objects in  $l=3$  scale

### 7 结 论

本文主要针对现有形状匹配算法中小波表达对起始点的依赖,提出了一种新的具有实际意义的方

法。该方法引入了 Zernike 矩,并以 Zernike 矩值为特征向量计算相似度。实验结果表明,Zernike 矩的引入可以有效解决小波变换对起始点的依赖,实现小波表达的旋转不变性。同时值得注意的是,由于 Zernike 矩是基于图像整个区域的描述算子,所以该算法适用于轮廓较明显的目标。但是,本文算法不适用于边缘缺失的情况。对于轮廓不明显目标的识别及对边缘缺失情况的处理,还有待进一步研究。

### 参考文献 (References)

- 1 Chuang Gene C H, Kuo C C Jay. Wavelet descriptor of planar curves: theory and application [ J ]. IEEE Transactions on Image Processing, 1996, 5(1) :56 ~70.
- 2 Jin Li, Kuo C -C Jay. Automatic target shape recognition via deformable wavelet templates [ A ]. In: Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering[ C ], Orlando, Florida, 1996 : 2 ~13.
- 3 Tieng Q M, Boles W W. Recognition of 2D object contours using the wavelet transform zero-crossing representation[ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19 ( 8 ) : 910 ~916.
- 4 Chen Guangyi, Tien D Bui. Invariant Fourier wavelet descriptor for pattern recognition [ J ]. Pattern Recognition, 1999, 32 ( 7 ) : 1083 ~1088.
- 5 Strickland R N, Hahn H I. Wavelet transform methods for object detection and recovery[ J ]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(5) :724 ~735.
- 6 Ding Xian-feng, Wu Hong, Zhang Hong-jiang, et al. Review on shape matching[ J ]. ACTA automatica Sinica, 2001, 27(5) :678 ~694. [ 丁险峰,吴洪,张宏江等.形状匹配综述[ J ].自动化学报, 2001,27(5) :678 ~694. ]
- 7 Zhang J, Zhang X, Krim H, et al. Object representation and recognition in shape spaces[ J ]. Pattern Recognition, 2003, 36(5) : 1143 ~1154.
- 8 Lin Hwei-Jen, Kao Yang-Ta, Yang Fu-Wen. An efficient method for object representation and matching [ A ]. In: Proceedings of the Seventh IASTED International Conference COMPUTER GRAPHICS AND IMAGEING[ C ], Kauai, Hawaii, USA, 2004 : 423 ~428.
- 9 Teague M R. Image analysis via the general theory of moments[ J ]. Optical Society of America, 1980, 70(8) : 920 ~930.
- 10 YE Bin, PENG Jia-xiong. Improvement and Invariance analysis of Pseudo-Zernike moments[ J ]. Journal of Image and Graphics, 2003, 8(3) : 246 ~252. [ 叶斌,彭嘉雄.伪 Zernike 矩不变性分析及其改进研究[ J ].中国图象图形学报,2003, 8(3) :246 ~252. ]